ТЕМА: «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ»

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Пропорциональные отрезки**  Отношение отрезков АВ и CD – отношение их длин: .  Отрезки АВ и CD пропорциональны отрезкам A1B1 и C1D1, если . | | | | | | | | |  | | | |
| **Пример 1. Докажите, что биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВС  BD – бис-са |  | | | | | | | | | | | |
| Доказать:  . |
| **Доказательство:**  **1)** BD – биссектриса ΔАВС делит его на два треугольника - ΔABD и ΔBDC.  **2)** ВН – общая высота ΔABD и ΔBDC ⇒ (по свойству площадей треугольников, имеющих равную высоту);  **3)** В этих треугольниках есть равные углы (BD – биссектриса ∠В) ⇒ (по свойству площадей треугольников, имеющих равные углы);  **4)** Из **2)** и **3)** ⇒ отрезки AD и DC пропорциональны отрезкам АВ и ВС (по определению пропорциональных отрезков). | | | | | | | | | | | | |
| **Задачи для самостоятельного решения (по данным рисунка найти *х* и *у*):** | | | | | | | | | | | | |
|  | | |  | | | | |  | | | | |
| **Подобные треугольники**  Два треугольника подобны, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.  ΔАВС ΔА1В1С1  **Отношение площадей двух подобных треугольников**  Пусть ΔАВС ΔА1В1С1, причём коэффициент подобия равен *k*, тогда | | | | | | | ∠А = ∠А1; ∠В = ∠В1; ∠С = ∠С1;  АВ и А1В1, АС и А1С1, ВС и В1С1 – сходственные;    где *k* – коэффициент подобия. | | | | | |
| **Пример 2. Площади двух подобных треугольников 75 м2 и 300 м2. Одна из сторон второго треугольника 9 м, найдите сходственную ей сторону первого треугольника.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВС ΔА1В1С1  А1В1 = 9 м  S = 75 м2  S1 = 300 м2 |  | | | | | | | | | | | |
| Найти: АВ - ? |
| **Решение:**  **1)** ΔАВС ΔА1В1С1 ⇒ (свойство площадей подобных треугольников);  тогда ⇒ .  **2)** ⇒ ⇒ АВ = 4,5 (м).  **Ответ:** АВ = 4,5 м. | | | | | | | | | | | | |
| **Задачи для самостоятельного решения:** | | | | | | | | | | | | |
| Стороны треугольника равны 5, 3 и 7 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 105 см. | | | | | Стороны треугольника относятся как 4:5:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, если его периметр равен 96 см. | | | | | | | |
| У подобных треугльников сходственные стороны равны 7 и 35 см. Площадь первого треугольника равна 27 см2. Найдите площадь второго треугльника. | | | | | Площади подобных треугльников равны 17 см2 и 68 см2. Сторона первого треугольника равна 8 см. Найдите сходственную сторону второго треугльника. | | | | | | | |
| **Признаки подобия треугольников**  **1)** Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.  **2)** Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.  **3)** Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны. | | | | | ∠А = ∠А1; ∠В = ∠В1 ⇒ ΔАВС ΔА1В1С1. | | | | | | | |
| ∠А = ∠А1; ⇒  ΔАВС ΔА1В1С1 | | | | | | | |
| ⇒ ΔАВС ΔА1В1С1 | | | | | | | |
| **Пример 3. По данным рисунка найдите основание ВС трапеции ABCD.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: АВСD – трап.;  ВС, AD – основ-я;  АС∩BD = O;  BO = 4;  OD = 12;  AD = 15. |  | | | | | | | | | | | |
| Найти: BC - ? |
| **Решение:**  **1)** ABCD трапеция, ВС и AD – основания ⇒ BC||AD.  **2)** BC||AD, АС – секущая ⇒ ∠ВСО = ∠ОАD (н.л.у.);  **3)** ∠ВОС = ∠АОD (вертикальные);  **4)** ∠ВСО = ∠ОАD, ∠ВОС = ∠АОD ⇒ ΔВОС ΔAOD (1 признак подобия треуг-в) ⇒ .  **5)** ⇒ ; ВС = 15 : 3 = 5.  **Ответ:** ВС = 5. | | | | | | | | | | | | |
| **Пример 4. По данным рисунка докажите, что MN || AC.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВС  AВ = 24 см;  СB = 16 см;  АМ = 9 см;  BN = 10 см; |  | | | | | | | | | | | |
| Найти: MN || AC. |
| **Доказательство:**  **1)** АВ = АМ + МВ ⇒ МВ = АВ – АМ = 24 – 9 = 15 (см);  **2)** .  **3)** ⇒ ∠ВМN = ∠ВАС (соответственные углы подобных треугольников);  **4)** . | | | | | | | | | | | | |
| **Задачи для самостоятельного решения:** | | | | | | | | | | | | |
| По данным рисунка докажите, что , если АВ||DC. | | По данным рисунка докажите, что , если AD⊥BC, CE⊥AB. | | | | | | | | | ABCD – параллелограмм. Докажите, что , если ВЕ⊥AD, BF⊥CD. | |
| Найдите отношение площадей двух треугольников, если стороны одного равны 5 см, 8 см, 12 см, а стороны другого – 15 см, 24 см, 36 см. | | Отношение площадей двух подобных треугольников равны 9 : 1. Стороны первого равны 12 м, 21 м, 27 м. Найдите стороны другого треугольника. | | | | | | | | | Стороны одного треугольника 21, 27 и 12 см. Стороны другого относятся как 7:9:4, а его большая сторона равна 54 см. Найдите отношение их площадей | |
| **Средняя линия треугольника.**  Средняя линия треугольника соединяет середины двух сторон треугольника:  АМ = МВ, CN = NB ⇒ MN – средняя линия.  **Свойство средней линии треугольника**  Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.  MN – средняя линия ⇒ MN||AC, MN = AC. | | | | | |  | | | | | | |
| **Пример 5. По данным рисунка найдите периметр треугольника АВС, если периметр ΔMNK равен 67 м.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВС, ΔMNK;  M – серед. АВ;  К – серед. ВС;  N – серед. АС;  РMNK = 67 м. |  | | | | | | | | | | | |
| Найти: РАВС - ? |
| **Решение:**  **1)** AM = MB, AN = NC ⇒ M и N – середины АВ и АС ⇒ MN – средняя линия ΔАВС ⇒ MN = .  **2)** Аналогично: МК, KN – средние линии ΔАВС ⇒ MК = , КN = .  **3)** PMNK = MN + MK + KN = + + =  ; .  **Ответ:** . | | | | | | | | | | | | |
| **Пример 6. Докажите по данным рисунка, что четырёхугольник MNKP – параллелограмм.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВСD – четырёх-уг.;  M – серед. АВ;  К – серед. AD;  N – серед. BС;  P – серед. CD. |  | | | | | | | | | | | |
| Доказать:  MNPK - параллелограмм |
| **Доказательство:**  **1)** N – середина ВС, Р – середина CD ⇒ NP – средняя линия ΔВСD ⇒ NP||BD, NP = ;  **2)** M – середина ВA, K – середина AD ⇒ MK – средняя линия ΔВAD MK||BD, MK = ;  **3)** NP = , MK = ⇒ NP = MK;  **4)** NP||BD, MK||BD ⇒ NP||MK (по следствию из аксиомы параллельных);  **5)** NP = MK, NP||MK ⇒ MNKP – параллелограмм (по I признаку параллелограмма). | | | | | | | | | | | | |
| **Задачи для самостоятельного решения:** | | | | | | | | | | | | |
| Найти периметр треугольника MNK, если АВ = 10 см, ВС = 8 см, АС = 7 см: | | | | Найти периметр треугольника АВС, если MN = 7,4 см, NK = 5,2 см, MK = 4,4 см: | | | | | | | | Найти периметр KLMN, если К, L, M, N – середины сторон параллелограмма АВСD; AC = 10 см; BD = 6 см. |
| **Медианы треугольника**  Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.  АА1∩ВВ1∩СС1;  АО : ОА1 = ВО : ОВ1 = СО : ОС1 = 2 : 1. | | | | | |  | | | | | | |
| **Пример 7. В треугольнике АВС медианы АА1 и ВВ1 пересекаются в точке О. Найдите площадь треугольника АВС, если площадь треугольника АВО равна 16 см2.** | | | | | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВС;  АА1 – медиана;  ВВ1 – медиана;  АА1∩ВВ1 = О;  SABO = 16 см2. |  | | | | | | | | |  | | |
| Найти: SABC - ? |
| **Доказательство:**  **1)** АА1 – медиана, ВВ1 – медиана, АА1∩ВВ1 = О ⇒ АО : ОА1 = ВО : ОВ1 = 2 : 1 (по свойству медиан);  **2)** Проведём СС1 – медиану, О ∈ СС1, СО : ОС1 = 2 : 1 (по свойству медиан треугольника);  **3)** Проведём СН || АВ;  **4)** Проведём НН1 ⊥ АВ, О ∈ НН1 ⇒ НН1 ⊥ СН ⇒ НН1 – расстояние между С и АВ (расстояние между параллельными прямыми) ⇒ НН1 – высота ΔАВС (по определению расстояния между точкой и прямой);  **5)** ОН1 ⊥ АВ ⇒ ОН1 – высота ΔАВО;  **6)** ;  **7)** Рассмотрим ΔОСН и ΔОС1Н1 – прямоугольные; ΔОСН ~ ΔОС1Н1 (∠НОС = ∠Н1ОС1 (вертикальные), ∠ОНС = ∠ОН1С1 (прямые) – по 1 признаку подобия треугольников) ⇒ СО : ОС1 = НО : ОН1 = 2 : 1 ⇒ НН1 = 3ОН1;  **8)** ⇒ SABC = 3⋅ SABO = 3⋅16 = 48 (см2).  Ответ: SABC = 48 см2. | | | | | | | | | | | | |