ТЕМА: «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ»

|  |  |
| --- | --- |
| **Пропорциональные отрезки**Отношение отрезков АВ и CD – отношение их длин: .Отрезки АВ и CD пропорциональны отрезкам A1B1 и C1D1, если . |  |
| **Пример 1. Докажите, что биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.**  |
| Дано: ΔАВСBD – бис-са  |  |
| Доказать:. |
| **Доказательство:****1)** BD – биссектриса ΔАВС делит его на два треугольника - ΔABD и ΔBDC.**2)** ВН – общая высота ΔABD и ΔBDC ⇒ (по свойству площадей треугольников, имеющих равную высоту);**3)** В этих треугольниках есть равные углы (BD – биссектриса ∠В) ⇒ (по свойству площадей треугольников, имеющих равные углы);**4)** Из **2)** и **3)** ⇒ отрезки AD и DC пропорциональны отрезкам АВ и ВС (по определению пропорциональных отрезков). |
| **Задачи для самостоятельного решения (по данным рисунка найти *х* и *у*):** |
|  |  |  |
| **Подобные треугольники**Два треугольника подобны, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого. ΔАВС ΔА1В1С1**Отношение площадей двух подобных треугольников**Пусть ΔАВС ΔА1В1С1, причём коэффициент подобия равен *k*, тогда  | ∠А = ∠А1; ∠В = ∠В1; ∠С = ∠С1;АВ и А1В1, АС и А1С1, ВС и В1С1 – сходственные; где *k* – коэффициент подобия. |
| **Пример 2. Площади двух подобных треугольников 75 м2 и 300 м2. Одна из сторон второго треугольника 9 м, найдите сходственную ей сторону первого треугольника.** |
| Дано: ΔАВС ΔА1В1С1А1В1 = 9 мS = 75 м2S1 = 300 м2  |  |
| Найти: АВ - ?  |
| **Решение:****1)** ΔАВС ΔА1В1С1 ⇒ (свойство площадей подобных треугольников); тогда ⇒ .**2)** ⇒ ⇒ АВ = 4,5 (м).**Ответ:** АВ = 4,5 м. |
| **Задачи для самостоятельного решения:** |
| Стороны треугольника равны 5, 3 и 7 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 105 см. | Стороны треугольника относятся как 4:5:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, если его периметр равен 96 см. |
| У подобных треугльников сходственные стороны равны 7 и 35 см. Площадь первого треугольника равна 27 см2. Найдите площадь второго треугльника. | Площади подобных треугльников равны 17 см2 и 68 см2. Сторона первого треугольника равна 8 см. Найдите сходственную сторону второго треугльника. |
| **Признаки подобия треугольников****1)** Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.**2)** Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.**3)** Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны. | ∠А = ∠А1; ∠В = ∠В1 ⇒ ΔАВС ΔА1В1С1. |
| ∠А = ∠А1; ⇒ ΔАВС ΔА1В1С1 |
|  ⇒ ΔАВС ΔА1В1С1 |
| **Пример 3. По данным рисунка найдите основание ВС трапеции ABCD.** |
| Дано: АВСD – трап.;ВС, AD – основ-я;АС∩BD = O;BO = 4; OD = 12;AD = 15. |  |
| Найти: BC - ?  |
| **Решение:****1)** ABCD трапеция, ВС и AD – основания ⇒ BC||AD.**2)** BC||AD, АС – секущая ⇒ ∠ВСО = ∠ОАD (н.л.у.);**3)** ∠ВОС = ∠АОD (вертикальные);**4)** ∠ВСО = ∠ОАD, ∠ВОС = ∠АОD ⇒ ΔВОС ΔAOD (1 признак подобия треуг-в) ⇒ .**5)** ⇒ ; ВС = 15 : 3 = 5.**Ответ:** ВС = 5. |
| **Пример 4. По данным рисунка докажите, что MN || AC.** |
| Дано: ΔАВСAВ = 24 см;СB = 16 см;АМ = 9 см; BN = 10 см; |  |
| Найти: MN || AC. |
| **Доказательство:****1)** АВ = АМ + МВ ⇒ МВ = АВ – АМ = 24 – 9 = 15 (см);**2)** .**3)** ⇒ ∠ВМN = ∠ВАС (соответственные углы подобных треугольников);**4)** . |
| **Задачи для самостоятельного решения:** |
| По данным рисунка докажите, что , если АВ||DC. | По данным рисунка докажите, что , если AD⊥BC, CE⊥AB. | ABCD – параллелограмм. Докажите, что , если ВЕ⊥AD, BF⊥CD. |
| Найдите отношение площадей двух треугольников, если стороны одного равны 5 см, 8 см, 12 см, а стороны другого – 15 см, 24 см, 36 см.  | Отношение площадей двух подобных треугольников равны 9 : 1. Стороны первого равны 12 м, 21 м, 27 м. Найдите стороны другого треугольника. | Стороны одного треугольника 21, 27 и 12 см. Стороны другого относятся как 7:9:4, а его большая сторона равна 54 см. Найдите отношение их площадей |
| **Средняя линия треугольника.**Средняя линия треугольника соединяет середины двух сторон треугольника:АМ = МВ, CN = NB ⇒ MN – средняя линия.**Свойство средней линии треугольника**Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.MN – средняя линия ⇒ MN||AC, MN = AC. |  |
| **Пример 5. По данным рисунка найдите периметр треугольника АВС, если периметр ΔMNK равен 67 м.** |
| Дано: ΔАВС, ΔMNK;M – серед. АВ;К – серед. ВС;N – серед. АС;РMNK = 67 м. |  |
| Найти: РАВС - ? |
| **Решение:****1)** AM = MB, AN = NC ⇒ M и N – середины АВ и АС ⇒ MN – средняя линия ΔАВС ⇒ MN = .**2)** Аналогично: МК, KN – средние линии ΔАВС ⇒ MК = , КN = .**3)** PMNK = MN + MK + KN = + + = ; .**Ответ:** . |
| **Пример 6. Докажите по данным рисунка, что четырёхугольник MNKP – параллелограмм.** |
| Дано: ΔАВСD – четырёх-уг.;M – серед. АВ;К – серед. AD;N – серед. BС;P – серед. CD. |  |
| Доказать: MNPK - параллелограмм |
| **Доказательство:****1)** N – середина ВС, Р – середина CD ⇒ NP – средняя линия ΔВСD ⇒ NP||BD, NP = ;**2)** M – середина ВA, K – середина AD ⇒ MK – средняя линия ΔВAD MK||BD, MK = ;**3)** NP = , MK = ⇒ NP = MK;**4)** NP||BD, MK||BD ⇒ NP||MK (по следствию из аксиомы параллельных); **5)** NP = MK, NP||MK ⇒ MNKP – параллелограмм (по I признаку параллелограмма). |
| **Задачи для самостоятельного решения:** |
| Найти периметр треугольника MNK, если АВ = 10 см, ВС = 8 см, АС = 7 см: | Найти периметр треугольника АВС, если MN = 7,4 см, NK = 5,2 см, MK = 4,4 см:  | Найти периметр KLMN, если К, L, M, N – середины сторон параллелограмма АВСD; AC = 10 см; BD = 6 см. |
| **Медианы треугольника**Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.АА1∩ВВ1∩СС1;АО : ОА1 = ВО : ОВ1 = СО : ОС1 = 2 : 1. |  |
| **Пример 7. В треугольнике АВС медианы АА1 и ВВ1 пересекаются в точке О. Найдите площадь треугольника АВС, если площадь треугольника АВО равна 16 см2.** |
| Дано: ΔАВС;АА1 – медиана;ВВ1 – медиана;АА1∩ВВ1 = О;SABO = 16 см2. |  |  |
| Найти: SABC - ? |
| **Доказательство:****1)** АА1 – медиана, ВВ1 – медиана, АА1∩ВВ1 = О ⇒ АО : ОА1 = ВО : ОВ1 = 2 : 1 (по свойству медиан);**2)** Проведём СС1 – медиану, О ∈ СС1, СО : ОС1 = 2 : 1 (по свойству медиан треугольника);**3)** Проведём СН || АВ;**4)** Проведём НН1 ⊥ АВ, О ∈ НН1 ⇒ НН1 ⊥ СН ⇒ НН1 – расстояние между С и АВ (расстояние между параллельными прямыми) ⇒ НН1 – высота ΔАВС (по определению расстояния между точкой и прямой); **5)** ОН1 ⊥ АВ ⇒ ОН1 – высота ΔАВО;**6)** ;**7)** Рассмотрим ΔОСН и ΔОС1Н1 – прямоугольные; ΔОСН ~ ΔОС1Н1 (∠НОС = ∠Н1ОС1 (вертикальные), ∠ОНС = ∠ОН1С1 (прямые) – по 1 признаку подобия треугольников) ⇒ СО : ОС1 = НО : ОН1 = 2 : 1 ⇒ НН1 = 3ОН1;**8)** ⇒ SABC = 3⋅ SABO = 3⋅16 = 48 (см2).Ответ: SABC = 48 см2. |